Esercitazione 5

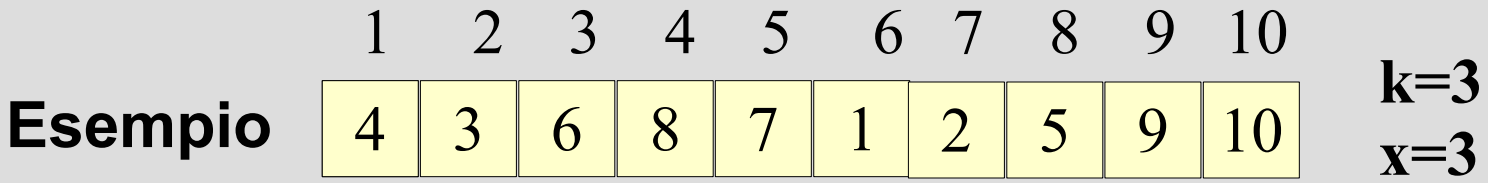
Algoritmi di selezione

Algoritmi di selezione

- Gli algoritmi per ***risolvere problemi di selezione e di statistiche d'ordine*** permettono di estrarre da grandi quantità di dati un piccolo insieme di numeri che ne rappresentino alcune caratteristiche salienti
- Esempi tipici includono il calcolo della *media*, della *moda*, o del *mediano di n numeri*

Il problema della selezione

- Restituisce la **k-esima statistica d'ordine** dell'array di input **A**
  - Il k-esimo elemento più piccolo in **A**
- ***Input***: un insieme di **n** numeri (array **A**) e un numero **k**, con **1<= k <=n**
- ***Output***: l'elemento **x** di **A** che è maggiore esattamente di altri k-1 elementi di A



Quickselect

- ***Algoritmo randomizzato ricorsivo*** che trova il **k-esimo** elemento di un array disordinato di dimensione **n**
- Si basa sull'algoritmo di ordinamento **quicksort**
- **Idea di base**: partizionare ricorsivamente l'array A
- Comportamento determinato in parte dall'**output di un generatore di numeri casuali**

Funzionamento

- Partizionamento dell'array attorno ad un elemento ***pivot***
  - Stessa funzione ***partition*** vista in precedenza – ***versione randomizzata***
- Diversamente da **quicksort**, **quickselect** opera su un solo **sottoarray** della partizione prodotta
  - Identificazione del **sottoarray** che contiene il k-esimo elemento più piccolo
  - Chiamata **ricorsiva** su quel sottoarray

Algoritmo ricorsivo

- **Partizionamento**
- **Termine** se il pivot è il k-esimo elemento più piccolo → ritorno del pivot
- Altrimenti **invocazione ricorsiva** sul sottoarray che contiene il k-esimo elemento più piccolo

Programma

- *quickselect.cc*
- Programma che seleziona e ritorna la k-esima statistica d'ordine in un array di input di **n** elementi usando l'algoritmo **quickselect**
- L'algoritmo fa uso della **randomized partition** per partizionare l'array di input

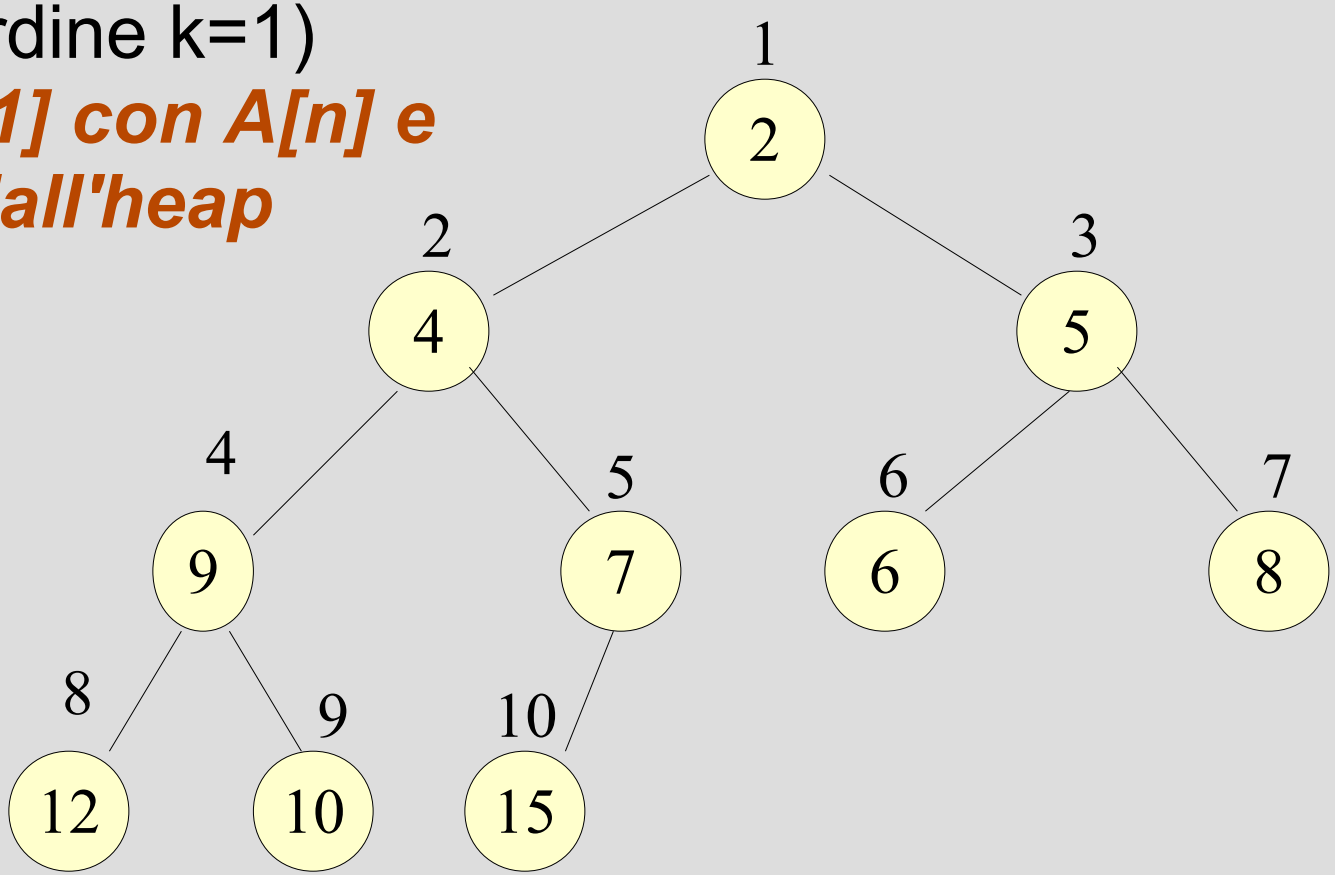
Heapselect

- Utilizzo di una struttura ***min-heap*** per calcolare la k-esima statistica d'ordine
  - Ispirato all'algoritmo **heapsort**
- Si costruisce un **min-heap** a partire da un array di input **A** di **n** elementi
  - ***Proprietà min-heap: A[Parent(i)] <= A[i]***
  - ***BuildMinHeap e MinHeapify***
- Infine si seleziona il **k-esimo elemento più piccolo del min-heap**

Selezione a partire da una struttura min-heap

In **A[1]** ho l'elemento più piccolo del **min-heap** (1° statistica d'ordine k=1)

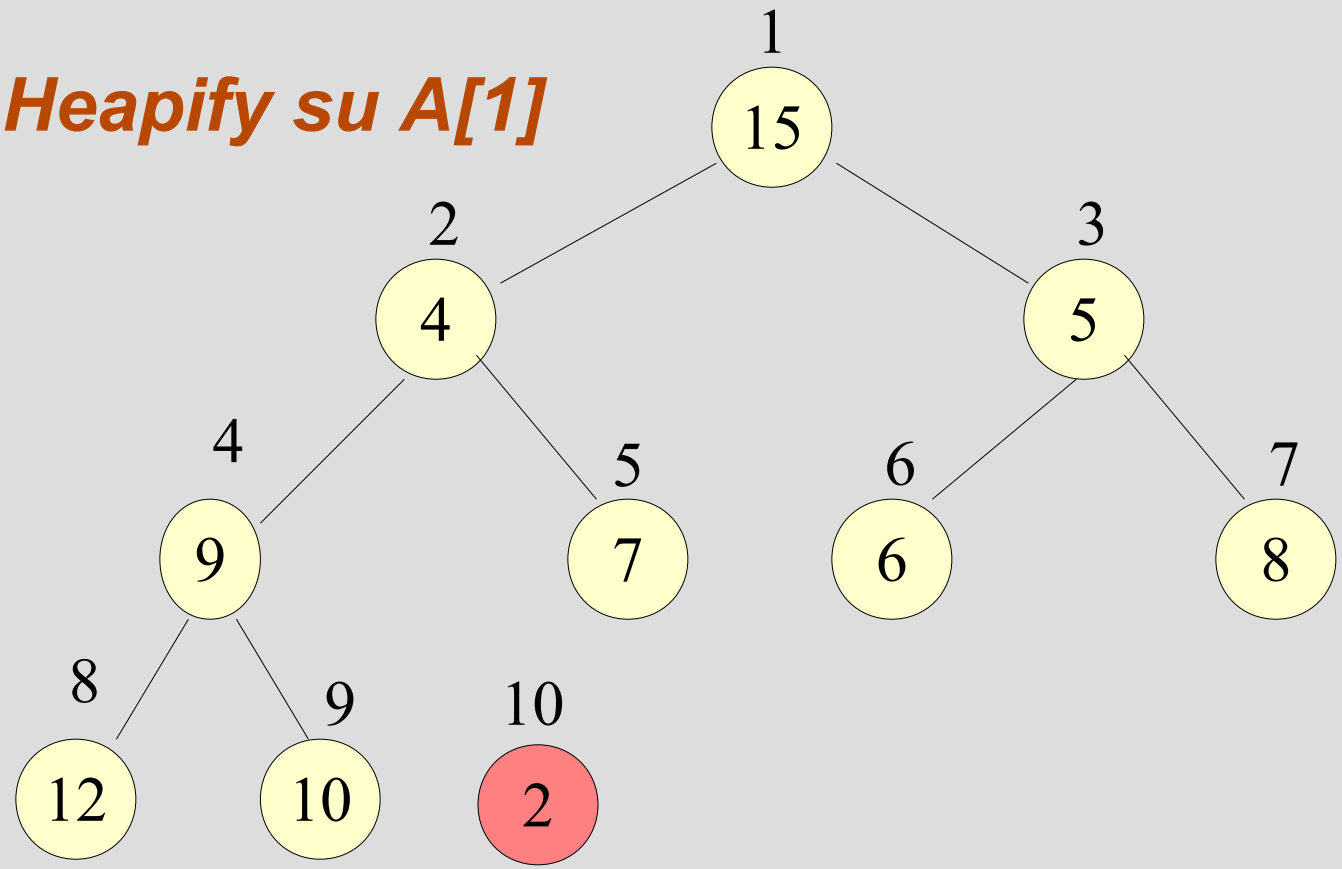
Scambio A[1] con A[n] e lo 'stacco' dall'heap



Selezione a partire dal min-heap

In **A[1]** ho l'unico elemento che può violare le proprietà di **min-heap**

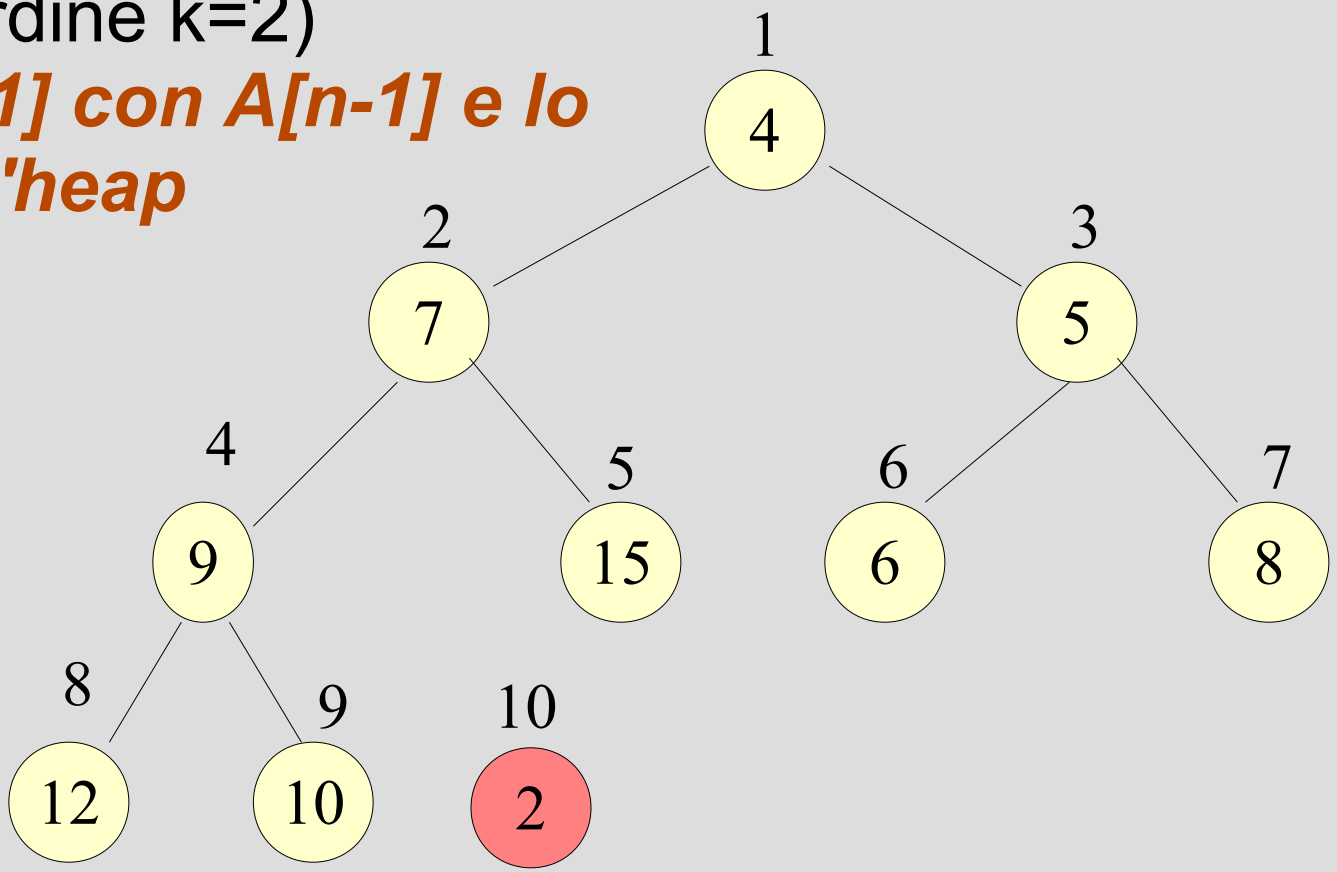
Chiamo MinHeapify su A[1]



Selezione a partire dal min-heap

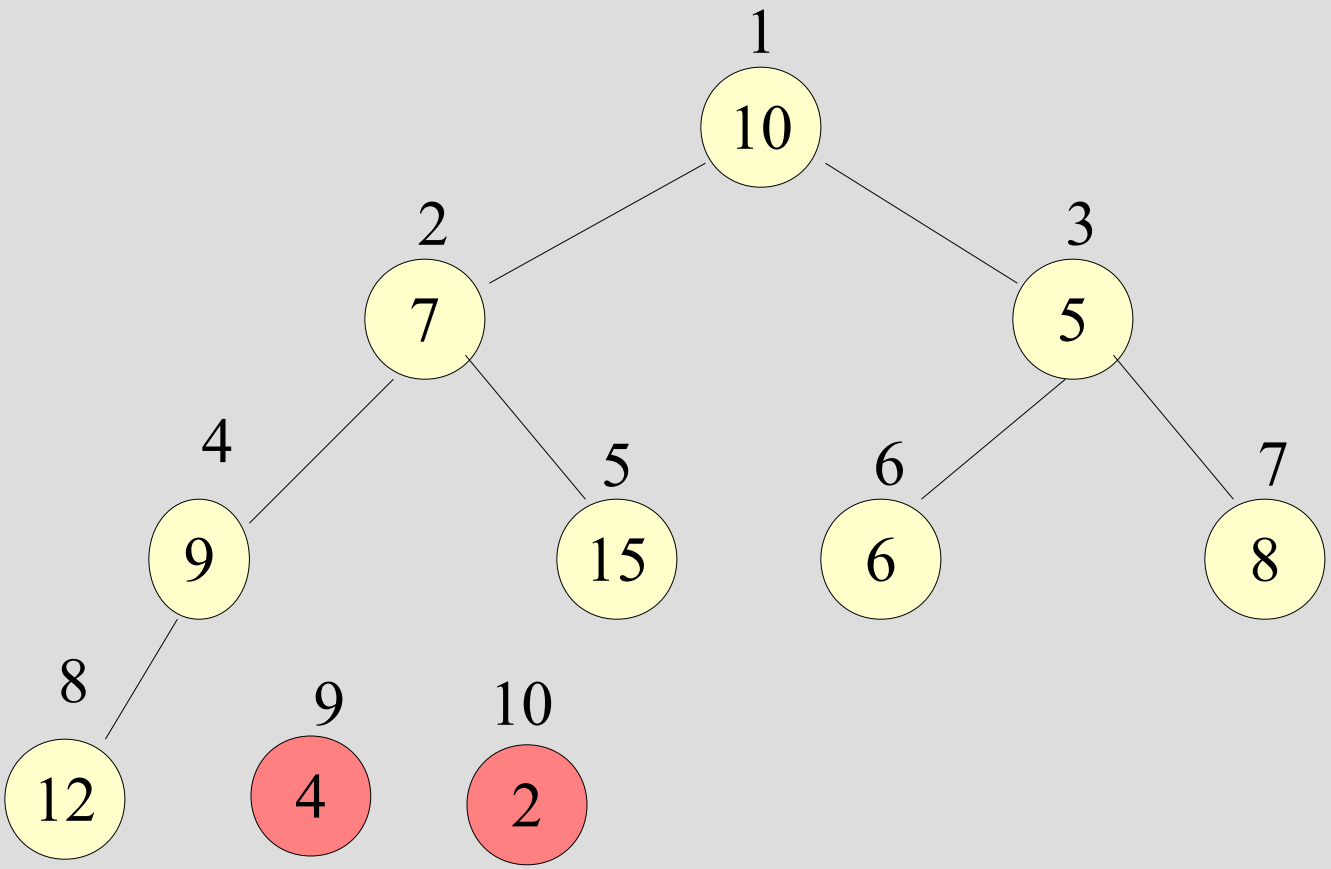
In **A[1]** ho di nuovo l'elemento più piccolo del **min-heap** (2° statistica d'ordine k=2)

Scambio A[1] con A[n-1] e lo 'stacco' dall'heap



Selezione a partire dal min-heap

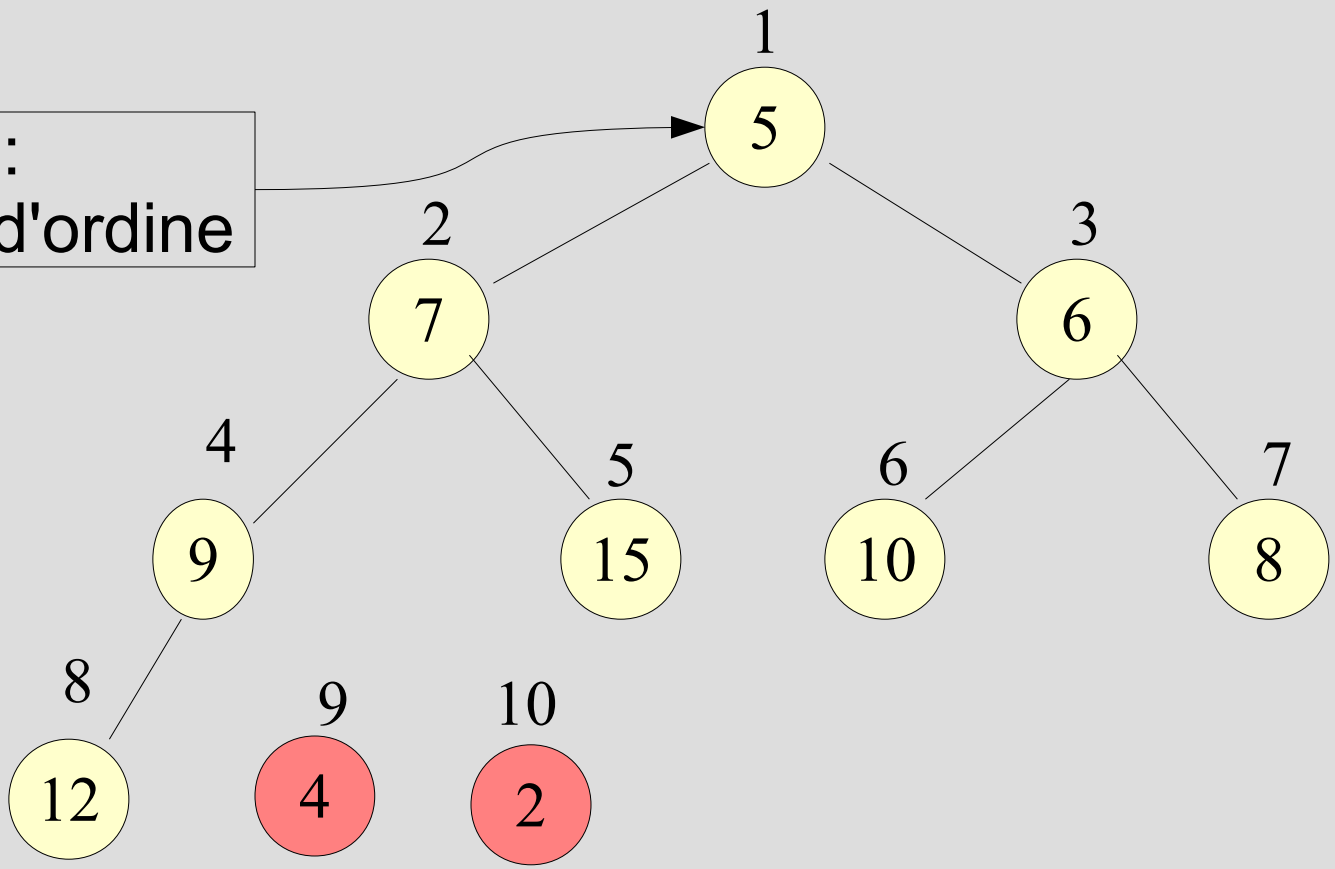
Chiamo MinHeapify su A[1]...



Selezione a partire dal min-heap

Così via per k volte: alla k-esima iterazione ho in A[1] il k-esimo elemento più piccolo dell'array iniziale

3° iterazione:
3° statistica d'ordine



Programma

- *heapselect.cc*
- Programma che seleziona e ritorna la k-esima statistica d'ordine in un array di input di **n** elementi usando l'algoritmo **heapselect**
- L'algoritmo utilizza una struttura **min-heap** costruita a partire dall'array di input iniziale